

数 学

1 計算・基本問題 (36点)

問題番号	解答	配点
問 1	-12	3 点
問 2	-14	3 点
問 3	$\frac{2x+5y}{6}$	4 点
問 4	$x=-5$	3 点
問 5	$x=5, y=-1$	4 点 [完答]
問 6	$y=\frac{24}{x}$	3 点
問 7	10	4 点
問 8	112 度	4 点
問 9	$48\pi \text{ cm}^3$	4 点
問10	3	4 点

◆◆◆ 解説 ◆◆◆

問 1 $-24 \div (2-2^3) \times (-3) = -24 \div (2-8) \times (-3)$
 $= -24 \div (-6) \times (-3) = 4 \times (-3) = -12$

問 2 $\left(\frac{13}{18} - \frac{11}{12}\right) \times 72 = \frac{13}{18} \times 72 - \frac{11}{12} \times 72$
 $= 52 - 66 = -14$

問 3 $\frac{x+y}{2} - \frac{x-2y}{6} = \frac{3(x+y) - (x-2y)}{6}$
 $= \frac{3x+3y-x+2y}{6} = \frac{2x+5y}{6}$

問 4 $\frac{7x-9}{4} = x-6$ の両辺を 4 倍して
 $4 \times \frac{7x-9}{4} = 4(x-6) \quad 7x-9=4x-24$
 $3x=-15 \quad x=-5$

問 5 上の方程式を①, 下の方程式を②とする。
 ① $\times 5 + ② \times 2$ より
 $5(3x-2y) + 2(4x+5y) = 17 \times 5 + 15 \times 2$
 $23x = 115$
 $x = 5$
 $x=5$ を②に代入して, $20+5y=15$
 $5y=-5$
 $y=-1$

問 6 反比例を表す式を $y=\frac{a}{x}$ とすると, $x=-4$ のとき $y=-6$ だ
 から

◎押さえよう.....

〈連立方程式の解き方〉

- 一方の方程式を 1 つの文字について解き, それを他方の方程式に代入して解く方法を代入法という。
- 一方の文字の係数の絶対値をそろえ, 左辺どうし, 右辺どうしをたしたり, ひいたりして, その文字を消去して解く方法を加減法という。

$$-6 = \frac{a}{-4}$$

$$a = (-6) \times (-4)$$

$$a = 24$$

よって、求める式は $y = \frac{24}{x}$ である。

問7 傾きが $\frac{2}{3}$ である直線の式は、切片を b とすると $y = \frac{2}{3}x + b$ と

表される。

この直線が点 $(-6, 6)$ を通るとき

$$6 = \frac{2}{3} \times (-6) + b$$

$$6 = -4 + b$$

$$b = 10$$

よって、この直線の切片は 10 である。

問8 $\angle DFC = 180^\circ - 113^\circ = 67^\circ$

AD//BC より、錯角は等しいから、 $\angle BCF = \angle DFC = 67^\circ$

また、 $\triangle EBC$ は $BC = CE$ 、 $\angle BCE = 90^\circ$ の直角二等辺三角形だから、 $\angle EBC = 45^\circ$

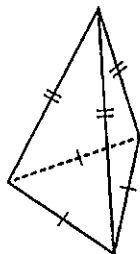
したがって、 $\triangle GBC$ の内角と外角の関係から

$$\angle BGF = \angle GBC + \angle BCG = 45^\circ + 67^\circ = 112^\circ$$

問9 この円錐の体積は、 $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 9 = 48\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

問10 右の図のように、正三角錐は、底面が正三角形で、3つの側面が合同な二等辺三角形からなる三角錐である。

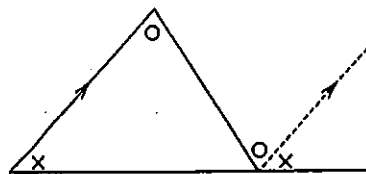
- 1 面の数は4つだから、常に正しい。
 - 2 辺の数は6つだから、常に正しい。
 - 3 側面の三角形は正三角形であるとは限らないから、常に正しいとはいえない。
 - 4 どの頂点にも3つの面が集まるから、常に正しい。
- よって、1～4のうち常に正しいとはいえないのは、3



🎯 押さえよう

〈三角形の内角と外角の関係〉

三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しい。



2 基本問題 (24点)

問題番号	解答	配点
問 1	$-\frac{15}{4}x^3y$	6 点
問 2	$a=2, b=4$	6 点 [完答]
問 3	7 cm	6 点
問 4	(1) 3.3 点	3 点
	(2) 14 人以上 25 人以下	3 点 [完答]

◆◆◆ 解説 ◆◆◆

問 1 $(-2xy^2)^3 \times \frac{5}{6}x^2y \div \left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2$

$$\begin{aligned}
 &= (-8x^3y^6) \times \frac{5x^2y}{6} \div \frac{16x^2y^6}{9} \\
 &= -\frac{8x^3y^6 \times 5x^2y \times 9}{6 \times 16x^2y^6} \\
 &= -\frac{15x^3y}{4} \\
 &= -\frac{15}{4}x^3y
 \end{aligned}$$

問 2 1 次関数 $y=ax+8$ において、 $a>0$ だから、 x の値が増加すると、 y の値も増加する。

x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のときの y の変域が $b \leq y \leq 14$ だから

$x=-2$ のとき $y=b$

すなわち、 $-2a+8=b$ ……①

$x=3$ のとき $y=14$

すなわち、 $3a+8=14$ ……②

②より、 $3a=6$

$$a=2$$

この値は $a>0$ に適する。

$a=2$ を①に代入して

$$b=-2 \times 2 + 8 = 4$$

問 3 円錐 A の側面のおうぎ形の弧の長さは、半径 4 cm の円の周の長さに等しく、 $2\pi \times 4 = 8\pi$ (cm)

円錐 B の側面のおうぎ形の弧の長さは、半径 3 cm の円の周の長さに等しく、 $2\pi \times 3 = 6\pi$ (cm)

よって、図 2 の円の周の長さは、 $8\pi + 6\pi = 14\pi$ (cm) である。

図 2 の円の半径を r cm とすると

$$2\pi \times r = 14\pi$$

$$2\pi r = 14\pi$$

$$r=7$$

求める半径は、7 cm

🎯 押さえよう

〈指数の計算〉

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$m > n \text{ のとき } \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

👑 ポイント

〈1 次関数の増減〉

1 次関数 $y=ax+b$ について

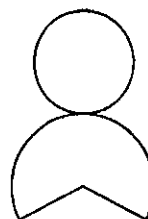
① $a>0$ のとき、 x の値が増加すると y の値も増加する。

② $a<0$ のとき、 x の値が増加すると y の値は減少する。

🎯 押さえよう

〈円錐の展開図〉

側面のおうぎ形の弧の長さと、底面の円の周の長さは等しい。



問 4(1) この小テストの平均点は

$$\begin{aligned}& \frac{1 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 11 + 4 \times 7 + 5 \times 2 + 6 \times 3}{30} \\&= \frac{4 + 6 + 33 + 28 + 10 + 18}{30} \\&= \frac{99}{30} \\&= 3.3 (\text{点})\end{aligned}$$

(2) 得点ごとに、どの問題を正解したかを調べる。正解を○、不正解を×で、(第1問, 第2問, 第3問)と表すとする。

1点は、(○, ×, ×)のみ…4人

2点は、(×, ○, ×)のみ…3人

3点は、(×, ×, ○)または(○, ○, ×) …11人

4点は、(○, ×, ○)のみ…7人

5点は、(×, ○, ○)のみ…2人

6点は、(○, ○, ○)のみ…3人

以上より、第1問が○の生徒は、

最も少ない場合 $4+7+3=14$ (人) であり、

最も多い場合 $4+11+7+3=25$ (人)

したがって、第1問を正解した生徒は、14人以上25人以下である。

3 1次関数 (20点)

問題番号	解答	配点
問 1	$y = -2x + 6$	5 点
(1)	$t = \frac{7}{3}$	6 点
問 2	<p>求める過程</p> <p>〔正解例〕</p> <p>点Dのx座標をs ($0 < s < t$) とすると、点Dは直線$y = -2x + 6$上の点だから、$D(s, -2s + 6)$と表される。</p> <p>また、条件より、$E(t, -2t + 6)$ ($0 < t < 3$) であり、点Aは直線$y = ax + 2$とy軸との交点だから、$A(0, 2)$である。</p> <p>$\triangle AED$の面積は、$\triangle AEB$の面積から$\triangle ADB$の面積をひいた値であり</p> $\frac{1}{2} \times (6 - 2) \times t - \frac{1}{2} \times (6 - 2) \times s = 2t - 2s \text{ (cm}^2\text{)}$ <p>$\triangle AED$の面積が4 cm^2だから</p> $2t - 2s = 4 \quad \text{すなわち、} t - s = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$ <p>次に</p> $\triangle OCD = \triangle OED + \triangle EOC$ <p>(四角形OEDA) = $\triangle OED + \triangle ODA$</p> <p>条件より、$\triangle OCD = (\text{四角形OEDA})$だから、$\triangle EOC = \triangle ODA$である。</p> <p>よって</p> $\frac{1}{2} \times 3 \times (-2t + 6) = \frac{1}{2} \times 2 \times s$ $3(-t + 3) = s$ $s = -3t + 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$ <p>③, ④より</p> $t - (-3t + 9) = 2 \quad 4t = 11 \quad t = \frac{11}{4} \quad \text{この値は、} 0 < t < 3 \text{に適する。}$ $t = \frac{11}{4} \text{ を④に代入して、} s = -3 \times \frac{11}{4} + 9 = -\frac{33}{4} + 9 = \frac{3}{4}$ <p>この値は、$0 < s < \frac{11}{4}$ に適する。</p> <p>点Dのx座標$s = \frac{3}{4}$より、y座標は、$-2s + 6 = -2 \times \frac{3}{4} + 6 = -\frac{3}{2} + 6 = \frac{9}{2}$</p> <p>したがって、$D\left(\frac{3}{4}, \frac{9}{2}\right)$である。また、点Dは直線$y = ax + 2$上の点でもあるから</p> $\frac{9}{2} = \frac{3}{4}a + 2 \quad -\frac{3}{4}a = -\frac{5}{2} \quad a = -\frac{5}{2} \times \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{10}{3}$ <p>この値は$a > 0$に適する。</p> <p style="text-align: right;">答 $t = \frac{11}{4}, a = \frac{10}{3}$</p>	9 点

◆◆◆ 解説 ◆◆◆

問1 直線 g は、2点 $B(0, 6)$ 、 $C(3, 0)$ を通るから、

$$\text{傾きは、} \frac{0-6}{3-0} = -2$$

切片は6より、式は $y = -2x + 6$

問2(1) 点 E は直線 $g: y = -2x + 6$ 上の点で、その x 座標は t だから、

$E(t, -2t + 6)$ と表される。 $(0 < t < 3)$

$\triangle OCE$ の面積が 2 cm^2 だから

$$\frac{1}{2} \times 3 \times (-2t + 6) = 2$$

$$3(-t + 3) = 2$$

$$-3t + 9 = 2$$

$$-3t = -7$$

$$t = \frac{7}{3}$$

この値は、 $0 < t < 3$ に適する

👑 ポイント

〈2点を通る直線の式〉

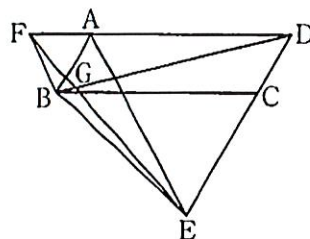
求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。

- ・2点の座標の値をそれぞれ代入して、 a 、 b の連立方程式を解く。
- ・2点の座標から傾き a を求め、1点の座標の値を代入して切片 b を求める。

4 図形 (20点)

問題番号		解答	配点
問1	(1)	$\triangle FEA$	1点
	(2)	FA	1点
	(3)	EA	1点
	(4)	$\angle FAE$	1点
	(5)	2	2点
問2		126度	5点

<p>問 3</p>	<p>求める過程 〔正解例〕</p> <p>$\triangle DAE$ は、$\angle DAE=60^\circ$、$DA=AE$ の二等辺三角形だから、正三角形である。</p> <p>同様に、$\triangle AFB$ も正三角形である。</p> <p>さらに、四角形 $ABCD$ は平行四辺形で、$\angle CBA=60^\circ$ だから</p> $\angle DAB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ <p>よって、$\angle DAB+\angle BAF=180^\circ$ より、3点 D, A, F は一直線上にある。</p> <p>また、$\angle ADC=\angle ADE=60^\circ$ だから、3点 D, C, E は一直線上にある。</p> <p>$\angle AFB=\angle DAE=60^\circ$ より、同位角が等しいから、$FB\parallel AE$</p> <p>したがって、$\triangle BEF$ と $\triangle BAF$ において、辺 BF を底辺としたときの高さは等しいから、面積も等しい。</p> <p>よって、$\triangle BEF=\triangle BAF$</p> <p>次に、$\triangle BAF$ と $\triangle BDA$ において、底辺 AF, DA が一直線上にあり、高さは等しいから、面積の比は底辺の長さの比である。</p> <p>よって</p> $\triangle BAF:\triangle BDA=AF:DA=BA:BC=BA:3BA=1:3$ <p>したがって、$\triangle BAF=\frac{1}{3}\triangle BDA$</p> <p>四角形 $ABCD$ は平行四辺形だから、$\triangle BDA$ の面積は平行四辺形 $ABCD$ の面積の半分であり</p> $\triangle BDA=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm}^2)$ <p>以上より</p> $\triangle BEF=\triangle BAF=\frac{1}{3}\triangle BDA=\frac{1}{3}\times 5=\frac{5}{3}(\text{cm}^2)$ <p style="text-align: right;">答 $\frac{5}{3}\text{cm}^2$</p>	<p>9 点</p>
------------	---	------------



◆◆◆ 解説 ◆◆◆

- 問 2 仮定より、 $\angle BAF=\angle DAE=54^\circ$
 線分 EF と BA の交点を H とする。
- 問 1 より、 $\triangle BDA\equiv\triangle FEA$ だから、合同な三角形の対応する角の大きさは等しく
- $$\angle ABD=\angle AFE$$
- すなわち、 $\angle GBH=\angle AFH$ ……④
- また、対頂角は等しいから、 $\angle BHG=\angle FHA$ ……⑤
- $\triangle GBH$ と $\triangle AFH$ の内角の和を考えると、④、⑤より
- $$\angle BGH=\angle FAH=54^\circ$$
- したがって、 $\angle DGF=180^\circ-\angle BGH=180^\circ-54^\circ=126^\circ$

◎押さえよう

〈三角形の合同条件〉

- ・ 3組の辺がそれぞれ等しい。
- ・ 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
- ・ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。