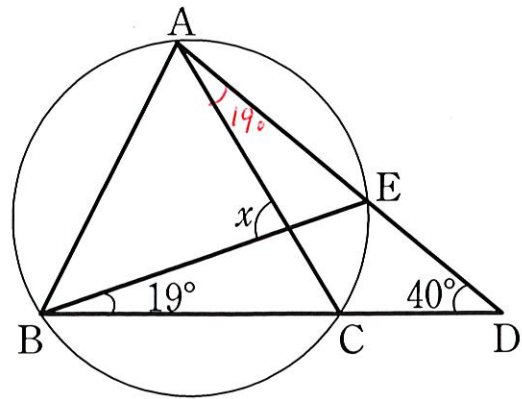
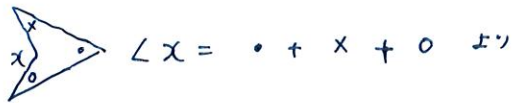


【練習3】次の図において、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。点Oは円の中心である。(完成ノート94)

(1)

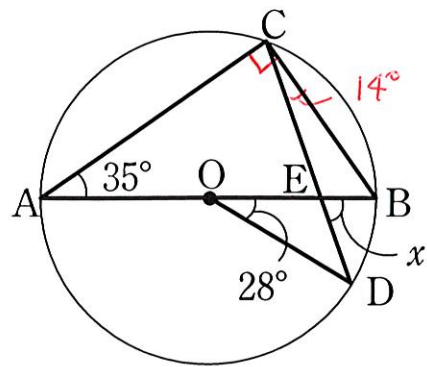


円周角の定理より $\angle CAE = 19^\circ$



$$\begin{aligned}\angle x &= 40^\circ + 19^\circ + 19^\circ \\ &= 78^\circ\end{aligned}$$

(2)



円周角の定理より $\angle BCD = \frac{1}{2} \angle BOD = 14^\circ$

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$\triangle ABC$ より $\angle ECB = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

$\triangle BCE$ の内・外角の性質より

$$\angle x = 14^\circ + 55^\circ = 69^\circ$$

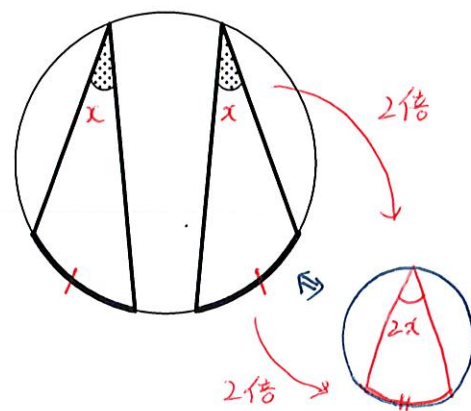
(円周角と弧)

定理 1つの円において

- [1] 等しい円周角に対する弧の長さは等しい。
- [2] 長さの等しい弧に対する円周角は等しい。

\Rightarrow このことから、次のことがわかる。

1つの円の弧の長さは、円周角の大きさに比例する。



【練習4】右の図において、

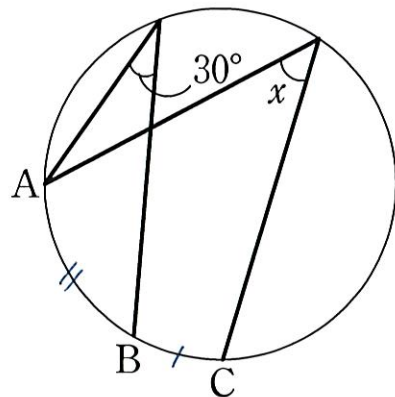
$$\widehat{AB} : \widehat{BC} = 2 : 1$$

のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$$\widehat{AB} : \widehat{AC} = 2 : 3 \text{ より}$$

$$30^\circ : x = 2 : 3$$

$$x = 45^\circ //$$



(発展例題) 右の図の点A～点Jは、円周を10等分する点である。

CJとAEの交点をPとすると、 $\angle CPE$ の大きさを求めなさい。

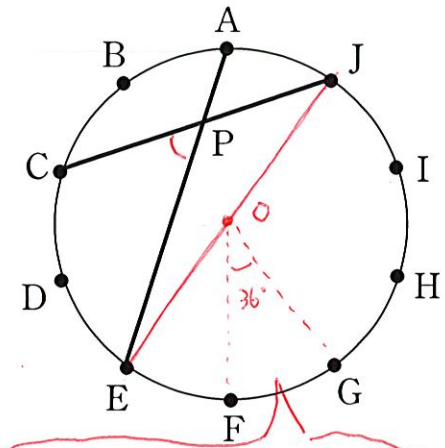
補助線EJも引いて考える

$$\angle AEJ = 18^\circ, \angle CJE = 36^\circ \quad (\Leftarrow \text{右下の★より})$$

$\triangle EPJ$ において、内・外角の性質より

$$\angle CPE = 18^\circ + 36^\circ$$

$$= 54^\circ //$$



★ 10等分中の1個分の弧に
よける中心角の大きさは
 $\frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$
つまり、その円周角は 18°

(発展例題) 右の図のように、円Oの周上に4点A, B, C, Dがあり、DAとCBの交点をP, ACとBDの交点をQとする。

$\angle DPC = 28^\circ$, $\angle DQC = 88^\circ$ のとき、次の問いに答えなさい。

(1) $\angle BDA$ の大きさを求めなさい。

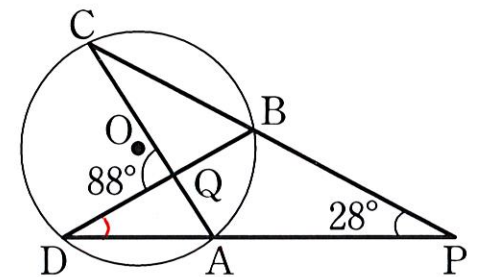
円周角の定理より

$$\angle BDA = \angle BCA$$

$$\text{よって、} \angle BDA + \angle BCA + 28^\circ = 88^\circ$$

$$2\angle BDA = 60^\circ$$

$$\angle BDA = 30^\circ$$



(2) 円Oの半径が6cmであるとき、 \widehat{AB} (点Cを含まない方)の長さを求めなさい。

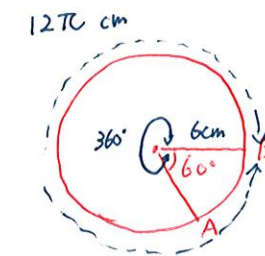
円周角の定理より

$$\begin{aligned}\angle BOA &= 2\angle BDA \\ &= 60^\circ\end{aligned}$$

中心角の大きさは弧の長さに比例するから

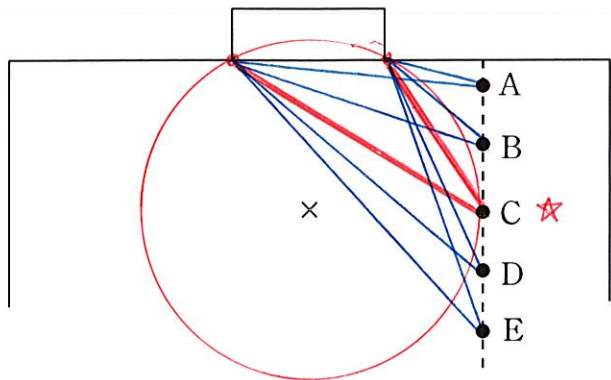
$$\frac{\widehat{AB}}{(12\pi)} = \frac{60^\circ}{360^\circ}$$

$$\widehat{AB} = 2\pi \text{ (cm)} //$$



(数学活用)
右の図のようなサッカーコートで、線上にある
A, B, C, D, Eからボールを蹴ってゴールを狙う
というゲームを行います。どこから蹴ったらゴール
しやすいでしょうか?

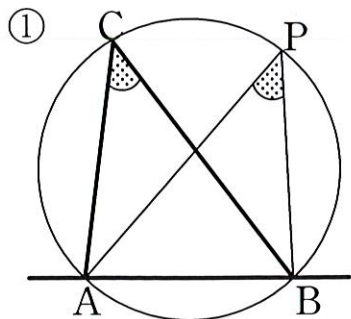
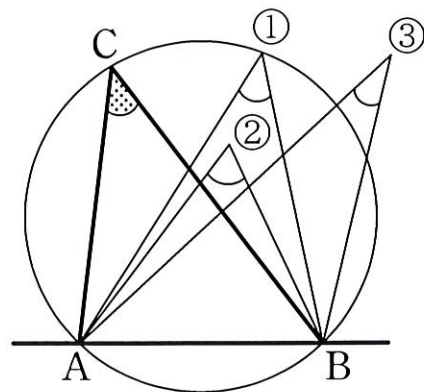
ゴールまで(シュートコース)の角度が1番大きい点から
ゴールしやすいと考えよう...



(円の内部と外部)
1つの円周上に3点A, B, Cがある。
直線ABについて、点Cと同じ側に点Pをとるとき、Pの位置には、
次の3つの場合が考えられる。

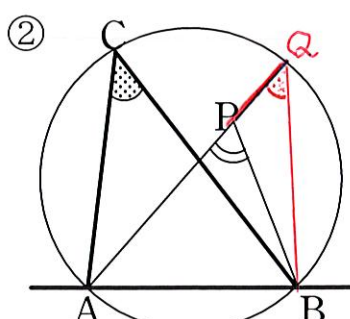
- ① Pが円周上にある
- ② Pが円の内部にある
- ③ Pが円の外部にある

∠ACBと①, ②, ③の角の大小関係をそれぞれ考えよう。



円周角の定理より

$$\angle APB = \angle ACB$$



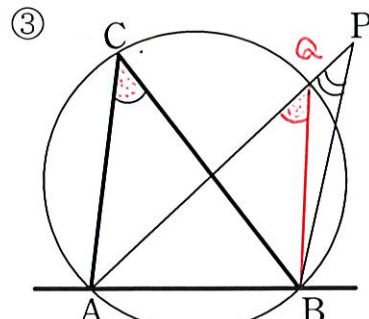
$$\angle ACB = \angle AQB$$

△PBQで、内・外角の性質より

$$\angle APB = \angle AQB + \angle PBQ$$

$$\text{よって } \angle APB > \angle AQB$$

$$\angle APB > \angle ACB$$



$$\angle ACB = \angle AQB$$

△PBQで、内・外角の性質より

$$\angle AQB = \angle APB + \angle PBQ$$

$$\text{よって } \angle APB < \angle AQB$$

$$\angle APB < \angle ACB$$

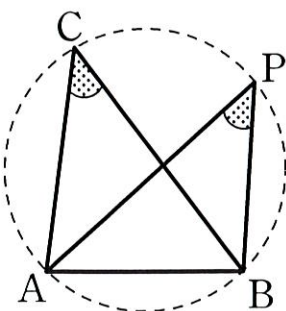
(円周角の定理の逆)

∠APB = ∠ACB が成り立つのは、点Pが円周上にあるときに限られる。
したがって、次の **円周角の定理の逆** が成り立つ。

定理 2点C, Pが直線ABについて、同じ側にあるとき、

$$\angle APB = \angle ACB$$

ならば、4点A, B, C, Pは1つの円周上にある。



【練習5】右の図において、∠x, ∠yの大きさを求めなさい。

BCに対して同じ側にある2点A, Dについて

$$\angle BAC = \angle BDC$$

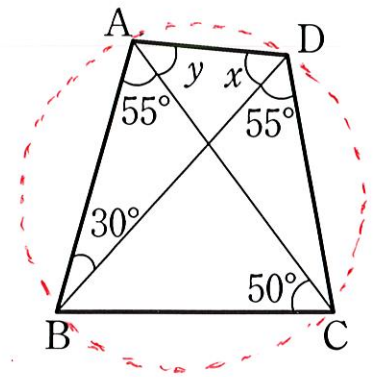
よって、4点A, B, C, Dは同一円周上にある

円周角の定理より

$$\angle x = \angle ACB = 50^\circ //$$

△ABDの内角より

$$\begin{aligned} \angle y &= 180^\circ - 55^\circ - 30^\circ - 50^\circ \\ &= 45^\circ // \end{aligned}$$



(例題)

右の図のように、円Oの直径ABの両側の弧上に、それぞれ点C, Dをとり、
直線AC, DBの交点をE, 直線AD, CBの交点をFとする。
このとき、点A, B, C, Dの組み合わせ以外で、同一円周上にある4点を見よう。
また、なぜ同一円周上にあるのかも説明しよう。

円Oの直径に対する円周角より

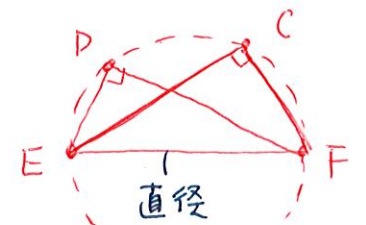
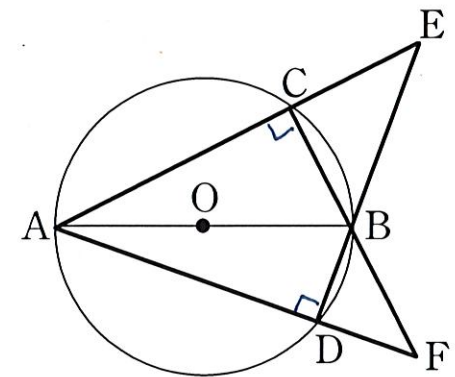
$$\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$$

$$\text{よって } \angle ECF = 90^\circ, \angle EDF = 90^\circ$$

点C, DはEFに対して同じ側にある、 $\angle ECF = \angle FCE$ より

4点C, D, E, Fは同一円周上にある

EFを直径とする円である



★ 円周角が90°のとき
その角の対辺は円の直径
になる。

【練習6】右の図のように、AB = ACの二等辺三角形ABCについて
∠Bの二等分線と辺ACの交点をD, ∠Cの二等分線と辺ABの交点をEとする。
このとき、4点B, C, D, Eは1つの円周上にあることを証明しなさい。

仮定より $\angle ABC = \angle ACB$ であり、

BC, CEはそれぞれ∠ABC, ∠ACBの二等分線なので

$$\angle ABD = \angle ACE$$

よって4点B, C, D, Eは同一円周上にある //

